MAT204 ANALİTİK GEOMETRİ II DERSİ QUİZ CEVAP ANAHTARI

Soru: $\phi(x,y) = x^2 + 2xy + y^2 - \sqrt{2}x - 3\sqrt{2}y + 4 = 0$ konik denklemini merkezil hale getirip grafiğini çiziniz.

Çözüm: $A=1, B=2, C=1$ için $4AC - B^2 = 4-4=0$ olup konik parabol sınıfındandır.

İlk önce dönme işlemi uygulayalım:

$\tan 2\alpha = \dfrac{B}{A-C} = \dfrac{2}{0}$ için $2\alpha = \dfrac{\pi}{2}$ ve $\alpha = \dfrac{\pi}{4}$ bulunur. Bu α değeri,

$$\begin{aligned} x &= x'\cos\alpha - y'\sin\alpha \\ y &= x'\sin\alpha + y'\cos\alpha \end{aligned}$$

dönme denklemlerinde yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned} x &= x'\cos\frac{\pi}{4} - y'\sin\frac{\pi}{4} \\ y &= x'\sin\frac{\pi}{4} + y'\cos\frac{\pi}{4} \end{aligned}$$

veya

$$\begin{aligned} x &= \frac{\sqrt{2}}{2}(x'-y') \\ y &= \frac{\sqrt{2}}{2}(x'+y') \end{aligned}$$

elde edilir. Bu son eşitlik konik denkleminde yerine yazılırsa,

$$\frac{1}{2}(x'-y')^2 + x'^2 - y'^2 + \frac{1}{2}(x'+y')^2 - x' + y' - 3x' - 3y' + 4 = 0$$

olup gerekli sadeleştirmeler yapılırsa konik denkleminin $x'oy'$ düzlemindeki denklemi,

$$x'^2 - 2x' - y' + 2 = 0$$

şeklinde bulunur. Şimdi öteleme işlemi uygulayalım:

$\begin{aligned} x' &= x'' + h \\ y' &= y'' + k \end{aligned}$ öteleme denklemleri $x'oy'$ düzlemindeki konik denklemine yazılırsa,

$$\left(x''+h\right)^2-2x''-2h-y''-k+2=0$$
$$x''^2+\underbrace{\left(2h-2\right)}_{0}x''-y''+\underbrace{h^2-2h-k+2}_{0}=0$$

elde edilir. Buradan

$2h-2=0$

$h^2-2h-k+2=0$

olup $h=k=1$ bulunur. Böylece $x''o'y''$ düzlemindeki konik denklemi

$$x''^2=y''$$

şeklinde elde edilir.